

MAI 2 - domácí úkol ze cvičení 3:

1. Na maximálních možných intervalech najděte primitivní funkci
(z každé skupiny integrálů vypočítejte, prosím, aspoň jeden):

a) $\int x^2 \cos x^3 dx ; \quad \int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx ; \quad \int \frac{3x^2}{\sqrt{x^3 + 8}} dx ;$

b) $\int \frac{\cos x}{\sin x + 3} dx ; \quad \int \frac{1}{(1 + \sqrt{x})\sqrt{x}} dx ; \quad \int \operatorname{tg} x dx ; \quad \int \frac{1}{1 + \operatorname{tg} x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx ;$

c) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx ; \quad \int \frac{1}{x} \sqrt{1 - \ln x} dx ; \quad \int \frac{\ln x}{x(1 + \ln^2 x)} dx ;$

d) $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 2e^x + 2} dx ; \quad \int \frac{\sin x \cdot \cos x}{1 + \cos^4 x} dx ; \quad \int \frac{\sin x \cdot \cos x}{2\sin^2 x + 3\cos^2 x} dx .$

2. Na maximálních možných intervalech najděte primitivní funkce :

a) $\int \frac{1}{x^2 - 4x + 5} dx ; \quad \int \frac{3}{x^2 - 4x + 8} dx ; \quad \int \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 8} dx ;$

b) $\int \frac{1}{\sqrt{1 - 9x}} dx ; \quad \int \frac{1}{\sqrt{1 - 9x^2}} dx ; \quad \int \frac{x}{\sqrt{1 - 9x^2}} dx .$

A chcete-li - úloha ze cvičení (o „malých o“):

Ukažte, že platí:

a) Nechť $a, b \in R$, $f(y) = o(g(y))$, $y \rightarrow b$, $\lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = b$ a existuje $\delta > 0$ takové, že pro všechna $x \in P(a; \delta)$ je $\varphi(x) \neq b$. Pak $f(\varphi(x)) = o(g(\varphi(x)))$, $x \rightarrow a$.

b) Když $f(x) = o(g(x))$, $x \rightarrow a$ a existuje vlastní $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{h(x)}$, pak také $f(x) = o(h(x))$, $x \rightarrow a$.